

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.О.13.04 МАТЕМАТИКА

Теория функций комплексного переменного

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

03.03.02 Физика

Направленность (профиль)

03.03.02.33 Фундаментальная и прикладная физика

Форма обучения

очная

Год набора

2022

Красноярск 2023

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили \_\_\_\_\_

к.Ф.-м.н., доцент, С.Ф.Тегай; д.ф.-м.н., профессор, М.М.Коршунов

должность, инициалы, фамилия

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Целью преподавания данной дисциплины является формирование у студентов представления о комплексном числе, теории функций комплексной переменной, теории вычетов, разложении аналитических функций в ряды Тейлора и Лорана, контурном интегрировании, суммировании рядов, представления об асимптотических разложениях и методах их получения. Эти знания дадут возможность будущему специалисту на практике применять методы теории функций комплексной переменной, понимать и анализировать математические методы, основанные на теории аналитических функций.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

В результате изучения данной дисциплины студент должен овладеть основами теории функций комплексной переменной, уметь находить вычеты и применять основную теорему теории вычетов, уметь использовать методы теории функций комплексной переменной для вычисления основных типов определенных интегралов. Иметь представление об аналитическом продолжении и теории многозначных аналитических функций, применять метод Ватсона для суммирования знакопостоянных и знакопеременных рядов и рядов Фурье. Иметь представление об асимптотических рядах и методах Лапласа, стационарной фазы и перевала. Уметь осуществить простейшие конформные преобразования в плоских задачах электростатики.

### 1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;</b>	
ОПК-1.1: Демонстрирует владение фундаментальными законами природы; основными физическими и математическими методами накопления, передачи и обработки информации	основы теории функций комплексного переменного
ОПК-1.2: Применяет полученные знания для решения задач теоретического и прикладного характера	применять теорию функций комплексного переменного в своей профессиональной деятельности
ОПК-1.3: Использует базовые экспериментальные и теоретические методы исследований	методами решения задач теории функций комплексного переменного

### 1.4 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад. час)	е
		1
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>2 (72)</b>	
занятия лекционного типа	1 (36)	
практические занятия	1 (36)	
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>1 (36)</b>	
курсовое проектирование (КП)	Нет	
курсовая работа (КР)	Нет	

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

		Контактная работа, ак. час.							
№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
<b>1. Комплексные числа, элементарные функции, интеграл и теорема Коши.</b>									
	1. Определение комплексного числа, графическая интерпретация. Операции с комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в целую степень, комплексное сопряжение. Определение функции комплексного переменного. Показательная функция. Формула Эйлера и операции с функцией в показательной форме.	2							
	2. Определение предела функции, её непрерывности. Определение понятия «бесконечность» для комплексных чисел. Определение производной функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана (или Даламбера-Эйлера), их достаточность и необходимость. Определение регулярной функции. Комплексная функция действительного аргумента. Комплексная форма записи колебаний, пример колебательного контура.	2							

3. Элементарные функции: степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрическая, гиперболическая, общая степенная. Обратные тригонометрические и гиперболические функции.	2							
4. Определение интеграла от функции комплексного переменного. Теорема об оценке интеграла. Теорема Коши. Первообразная функция. Обратная теореме Коши теорема. Обобщение теоремы Коши на многосвязные области. Интегральная формула Коши.	2							
5. Лемма Шварца. Вывод формулы Гаусса из интегральной формулы Коши. Неравенства Коши. Теорема о постоянстве аналитической и ограниченной функции. Теорема Морера.	2							
6. Введение. Комплексные числа и действия над ними			2					
7. Вычисление значений основных элементарных функций от комплексных чисел			2					
8. Мнозначные функции и точки ветвления			2					
9. Условия Коши-Римана. Гармонические функции			2					
10. Интегрирование функций комплексной переменной			2					
11. Теорема Коши и интеграл Коши. Интегральная формула Коши			2					
12.							14	
<b>2. Ряды Тейлора и Лорана. Основная теорема теории вычетов</b>								
1. Ряд Тейлора. Примеры разложений функций в ряд Тейлора. Ряд Лорана, его правильная и главная части. Теорема Лорана. Пример разложения функции в ряд Лорана.	2							

2. Особые точки. Три типа изолированных особых точек (устраняемая особая точка, полюс и существенно особая точка), их связь с разложением в ряд Лорана, определение порядка полюса. Два класса функций – голоморфные и мероморфные. Примеры функций с особыми точками разных типов.	2							
3. Определение вычета функции. Вычет в устранимой особой точке, вычет в полюсе первого порядка, вычет в полюсе n-го порядка. Теорема о вычетах. Логарифмический вычет. Правила обхода особых точек, лежащих на контуре интегрирования.	2							
4. Разложение функций в ряд Тейлора			2					
5. Разложение функций в ряд Лорана			2					
6. Классификация особых точек			2					
7. Нахождение вычетов			2					
8. Основная теорема теории вычетов			2					
9.							10	
<b>3. Применение теории вычетов. Асимптотические разложения.</b>								
1. Примеры вычисления интегралов с помощью теории вычетов. Инверсия степенного ряда. Бесконечное произведение Вейерштрасса. Критерий устойчивости усилительно контура.	2							



2. Определение нуля функции, порядок нуля. Теорема единственности. Определение аналитического продолжения. Обобщение понятия аналитичности функции. Определения полной аналитической функции, регулярной ветви, области существования. Особые точки однозначного и многозначного характера, точки ветвления (алгебраическая, трансцендентная, логарифмическая). Римановы поверхности, их примеры.	2							
3. Преобразование Фурье, определение фурье-образа в экспоненциальной форме, косинус и синус преобразования Фурье. Интегральное представление дельта-функции Дирака. Функция Хевисайда. Фурье-преобразование производной. Примеры использования преобразований Фурье в задачах физики.	2							
4. Асимптотическое представление функций рядами. Среднее арифметическое двух последовательных сумм. Свойства асимптотических рядов. Метод скорейшего спуска или метод перевала. Деформирование контура интегрирования для уменьшения вклада колебаний.	2							
5. Первый член асимптотического разложения в методе перевала. Формула для асимптотического ряда в методе перевала. Вычисление асимптотического ряда для гамма-функции.	2							
6. Операционное исчисление, общая схема метода. Изображение функции-оригинала по Лапласу, формула обращения. Свойства преобразования Лапласа (линейность, дифференцирование, интегрирование, свёртка и т.д.)	2							

7. Конформное отображение, его общие свойства. Преобразование Шварца-Кристоффеля. Примеры. Метод инверсии.	2							
8. Виды интегральных уравнений. Переход от дифференциального к интегральному уравнению. Использование преобразования Фурье для решения уравнения Фредгольма первого рода. Метод последовательных приближений (ряд Неймана).	2							
9. Решение интегральных уравнений с вырожденным ядром. Теория Гильберта-Шмидта для симметричного ядра, собственные функции и собственные значения для однородного и неоднородного уравнения Фредгольма второго рода.	2							
10. Гамма-функция Эйлера, соотношения для неё, связь с факториалом, её вычет, выражение через синус аргумента. Постоянная Эйлера. Интегральные представления гамма-функции Эйлера на действительной оси и в комплексной плоскости.	2							
11. Определенные интегралы от тригонометрических функций			2					
12. Интегралы в конечных и полубесконечных пределах от рациональных функций			2					
13. Лемма Жордана и интегралы Фурье			2					
14. Особая точка на пути интегрирования. Главное значение интеграла			2					
15. Интегралы от функций с точкой ветвления			2					
16. Применение теории вычетов к суммированию знакопостоянных и знакопеременных рядов			2					

17. Асимптотические методы вычисления интегралов			2					
18.							12	
Всего	36		36				36	

#### **4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

##### **4.1 Печатные и электронные издания:**

1. Бушуева Н. А., Трутнев Теория функций комплексного переменного: электрон. учеб.-метод. комплекс дисциплины(Красноярск: ИПК СФУ).
2. Бушуева Н. А., Трутнев Теория функций комплексного переменного: курс лекций(Красноярск: ИПК СФУ).
3. Соловьев И. А., Шевелев В. В., Червяков А. В., Репин А. Ю. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Кратные интегралы, теория поля, теория функций комплексного переменного, обыкновенные дифференциальные уравнения: учебное пособие для вузов по направлениям 510000 - "Естественные науки и математика", 550000 - "Технические науки", 540000 - "Педагогические науки"(Москва: Лань).
4. Посицельская Л. Н. Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях: учебное пособие для вузов по специальностям "Прикладная математика и информатика" (510200) и "Математика и прикладная математика" (511200) и естественно-научным направлениям (Москва: Физматлит).
5. Бушуева Н. А., Трутнев И. А., Полякова Теория функций комплексного переменного: сб. задач(Красноярск: ИПК СФУ).
6. Захаров Ю. В., Титов Л. С. Теория функций комплексной переменной: учеб. - метод. пособие(Красноярск: СФУ).

##### **4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Теория функций комплексной переменной относится к фундаментальным аналитическим дисциплинам и не требует программного обеспечения.

##### **4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. ИСС не используются

#### **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

#### **6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Для осуществления образовательного процесса по данной дисциплине требуется лекционная аудитория с необходимым учебным оборудованием